



| 개념원리 수학 I 271쪽 |

| 개념원리 수학 I 272쪽 |

유형 01 합의 기호 Σ

- (1) $\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$
 (2) $\sum_{k=1}^n a_{2k-1} = a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2n-1}$
 (3) $\sum_{k=1}^n a_{2k} = a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{2n}$

1039 대표문제

$\sum_{k=1}^n (a_{2k-1} + a_{2k}) = 5n^2$ 일 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값은?

- ① 125 ② 500 ③ 1000
 ④ 1500 ⑤ 2000

1040 중하

다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $2+4+6+\dots+2(n+1) = \sum_{k=1}^{n+1} 2k$
 ② $1+3+5+\dots+15 = \sum_{k=1}^8 (2k-1)$
 ③ $1+2+4+\dots+2^n = \sum_{k=1}^n 2^k$
 ④ $1-1+1-1+1-1 = \sum_{k=1}^6 (-1)^{k-1}$
 ⑤ $9+3+1+\dots+\left(\frac{1}{3}\right)^{n-3} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{3}\right)^{k-3}$

1041 중하

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1=5$, $a_{2019}=105$ 일 때,

$\sum_{k=1}^{2018} a_{k+1} - \sum_{n=2}^{2019} a_{n-1}$ 의 값을 구하시오.

1042 서술형

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{20} ka_k = 200$, $\sum_{k=1}^{19} ka_{k+1} = 100$ 일 때,

$\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값을 구하시오.

유형 02 Σ 의 기본 성질

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

- (1) $\sum_{k=1}^n (a_k \pm b_k) = \sum_{k=1}^n a_k \pm \sum_{k=1}^n b_k$ (복부호등순)
 (2) $\sum_{k=1}^n ca_k = c \sum_{k=1}^n a_k$ (단, c 는 상수)
 (3) $\sum_{k=1}^n c = cn$ (단, c 는 상수)
 (4) $\sum_{k=1}^n (a_k + c)^2 = \sum_{k=1}^n a_k^2 + 2c \sum_{k=1}^n a_k + c^2n$ (단, c 는 상수)

1043 대표문제

$\sum_{k=1}^n (a_k + b_k)^2 = 20$, $\sum_{k=1}^n (a_k - b_k)^2 = 8$ 일 때, $\sum_{k=1}^n a_k b_k$ 의 값을 구하시오.

1044 하

$\sum_{k=1}^{20} a_k = 5$, $\sum_{k=1}^{20} b_k = 8$ 일 때, $\sum_{k=1}^{20} (2a_k + b_k - 1)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

1045 하

$\sum_{j=1}^n a_j = n^2$, $\sum_{j=1}^n b_j = 6n$ 일 때, $\sum_{j=21}^{30} (2a_j - 3b_j)$ 의 값은?

- ① 760 ② 820 ③ 880
 ④ 920 ⑤ 960

유형 03

$\sum_{k=1}^n r^k$ 의 꼴의 계산

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n r^k &= r + r^2 + r^3 + \dots + r^n \\ &= \frac{r(1-r^n)}{1-r} = \frac{r(r^n-1)}{r-1} \end{aligned}$$

1046 대표문제

$\sum_{k=1}^{10} \frac{5^k + 3^k}{4^k} = a\left(\frac{5}{4}\right)^{10} + b\left(\frac{3}{4}\right)^{10} + c$ 일 때, 정수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

1047

$5 + 55 + 555 + \dots + \underbrace{555\dots5}_{20\text{개}} = \frac{a \cdot 10^{20} - b}{81}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수이다.)

- ① 900 ② 950 ③ 1000
- ④ 1050 ⑤ 1100

1048 상중

수열 $1, 1+2, 1+2+2^2, \dots$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $S_n = 2^{10} - 11$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.



유형 04

자연수의 거듭제곱의 합

- (1) $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$
- (2) $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- (3) $\sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

1049 대표문제

$\sum_{k=1}^{10} (2k-1)^2 + \sum_{k=1}^{10} (2k)^2$ 의 값을 구하시오.

1050 중하

$\sum_{k=2}^n (2k-1) = 80$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.
(단, $n \geq 2$)

1051 상

첫째항이 3, 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{15} (3a_k - 1)$ 의 값을 구하시오.

1052 상

$\sum_{k=1}^{11} (k-c)(2k-c)$ 의 값이 최소가 되도록 하는 상수 c 의 값은?

- ① 7 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8
- ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ 9

유형 05 Σ 를 이용한 수열의 합

- (1) 일반항 a_n 을 구한다.
- (2) 자연수의 거듭제곱의 합을 이용하여 수열의 합을 구한다.

1053 대표문제

등식 $6+7+8+\dots+n=105$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값은?

- ① 15 ② 16 ③ 17
- ④ 18 ⑤ 19

1054 \square

다음 수열의 첫째항부터 제10항까지의 합을 구하시오.

$$1^2 \cdot 2, 2^2 \cdot 3, 3^2 \cdot 4, 4^2 \cdot 5, \dots$$

1055 \square

$1 \cdot 20 + 2 \cdot 19 + 3 \cdot 18 + \dots + 20 \cdot 1$ 의 값은?

- ① 1458 ② 1482 ③ 1500
- ④ 1540 ⑤ 1600

유형 06 Σ 로 표현된 수열의 합과 일반항 사이의 관계

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하면
 $\Leftrightarrow a_n = S_n - S_{n-1} (n \geq 2), a_1 = S_1$

1056 대표문제

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = n^2$ 일 때, $\sum_{k=1}^5 a_k^2$ 의 값은?

- ① 155 ② 160 ③ 165
- ④ 170 ⑤ 175

1057 \square

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = \frac{n}{n+1}$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k}$ 의 값을 구하시오.

1058 \square

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = 2^{n+1} - 2$ 일 때, $\sum_{k=1}^n a_{3k}$ 를 n 에 대한 식으로 나타내시오.

1059 \square

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 의 평균이 $n+1$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} ka_k$ 의 값은?

- ① 770 ② 780 ③ 790
- ④ 800 ⑤ 810

유형 07 Σ 를 여러 개 포함한 식의 계산

안쪽에 있는 Σ 부터 차례대로 계산한다.

$\sum_{k=\Delta}^{\ast} \square$ 의 꼴 $\Rightarrow k$ 를 제외한 \square 안의 문자는 상수로 생각한다.

$$\sum_{k=1}^n km \quad \leftarrow \text{다른 문자 : 상수 취급} \quad \sum_{l=1}^n (m+l) \quad \leftarrow \text{다른 문자 : 상수 취급}$$

1060 대표문제

$\sum_{i=1}^n \left(\sum_{k=1}^i k \right) = 56$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

1061

$\sum_{i=1}^{10} \left(\sum_{k=1}^5 i^2 k \right)$ 의 값은?

- ① 4895 ② 5205 ③ 5500
- ④ 5775 ⑤ 6000

1062

$\sum_{m=1}^4 \left[\sum_{i=1}^m \left\{ \sum_{k=1}^i (2k-m+1) \right\} \right]$ 의 값을 구하시오.

1063 **심층** 서술형

이차방정식 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때,

$\sum_{i=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^n (i+j) \right\}$ 의 값을 구하시오.

유형 08 제 k 항이 n 에 대한 식일 때의 수열의 합

주어진 수열의 제 k 항을 k 와 n 에 대한 식으로 나타낸다. 이때

$\sum_{k=1}^n a_k$ 에서 n 은 상수임에 유의한다.

1064 대표문제

다음 수열의 합을 간단히 나타내면?

$$1 \cdot n + 2 \cdot (n-1) + 3 \cdot (n-2) + \dots + (n-1) \cdot 2 + n \cdot 1$$

- ① $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ ② $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- ③ $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ ④ $\frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$
- ⑤ $\frac{n(n+1)(n+2)}{2}$

1065

다음 수열의 합을 간단히 나타내면?

$$\left(\frac{n+2}{n} \right)^2 + \left(\frac{n+4}{n} \right)^2 + \left(\frac{n+6}{n} \right)^2 + \dots + \left(\frac{3n}{n} \right)^2$$

- ① $\frac{10n^2+15n+2}{3n}$ ② $\frac{13n^2+12n+2}{3n}$
- ③ $\frac{13n^2+15n+2}{3n}$ ④ $\frac{10n^2+15n+2}{2n}$
- ⑤ $\frac{13n^2+15n+2}{2n}$

1066 **심층** 서술형

자연수 n 에 대하여

$$1 \cdot (2n-1) + 2 \cdot (2n-3) + 3 \cdot (2n-5) + \dots + n \cdot 1$$

$$= \frac{n(n+a)(bn+c)}{6}$$

일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 정수이다.)



유형 09 분수 꼴로 된 수열의 합

일반항 a_n 을 부분분수로 변형

$$\Rightarrow \frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right)$$

$$(1) \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+a)} = \frac{1}{a} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+a} \right)$$

$$(2) \sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+a)(k+b)} = \frac{1}{b-a} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k+a} - \frac{1}{k+b} \right)$$

1067 대표문제

수열 $\{a_n\}$ 이 다항식 x^2+4x+3 을 $x-n$ 으로 나눈 나머지가 일 때, $\sum_{n=1}^7 \frac{1}{a_n}$ 의 값을 구하시오.

1068 예

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$$S_n = 2n^2 + 3n \text{ 일 때, } \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \frac{1}{a_4 a_5} + \frac{1}{a_5 a_6}$$

의 값을 구하시오.

1069 예

자연수 전체의 집합을 정의역으로 하는 두 함수 f, g 를 다음과 같이 정의하였다.

$$f(n) = 2n + 1, \quad g(n) = (n-1)(n+1)$$

이때 $\sum_{n=1}^{11} \frac{8}{(g \circ f)(n)}$ 의 값을 구하시오.

1070 상중

$\frac{3}{1^2} + \frac{5}{1^2+2^2} + \frac{7}{1^2+2^2+3^2} + \dots + \frac{21}{1^2+2^2+\dots+10^2}$ 의 값은?

- ① $\frac{58}{11}$ ② $\frac{60}{11}$ ③ $\frac{62}{11}$
- ④ $\frac{64}{11}$ ⑤ 6

1071 상중 서술형

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + 4n$ 일 때, $\sum_{k=1}^p \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{2}{25}$ 를 만족시키는 자연수 p 의 값을 구하시오.

유형 10 무리식을 포함한 수열의 합

- (1) 분모에 무리식이 포함되어 있으면 유리화한다.
- (2) 수열의 합을 Σ 를 쓰지 않은 합의 꼴로 나타내어 계산한다.

1072 대표문제

수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 a_n 이 $a_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n+2}}$ 이고, 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $\sqrt{2}$ 일 때, 자연수 n 의 값을 구하시오.

1073 **㉠**

수열 $\{a_n\}$ 이 첫째항과 공차가 모두 2인 등차수열일 때,

$$\sum_{k=1}^{15} \frac{1}{\sqrt{a_{k+1}} + \sqrt{a_k}}$$
의 값은?

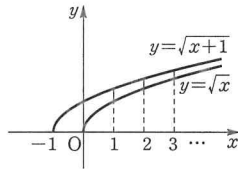
- ① $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $\frac{5}{2}\sqrt{2}$
- ④ $\frac{7}{2}\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

1074 **㉠**

$$\sum_{k=1}^{80} \frac{2}{\sqrt{k-1} + \sqrt{k+1}}$$
의 값을 구하시오.

1075 **삼중**

오른쪽 그림과 같이 직선 $x=n$ 이 두 곡선 $y=\sqrt{x}$ 와 $y=\sqrt{x+1}$ 에 의하여 잘린 선분의 길이를 l_n 이라 할



때, $\sum_{n=1}^{120} l_n$ 의 값을 구하시오.

1076 **㉠**

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = \frac{n(n+1)}{2}$ 일 때,

$$\sum_{k=1}^{14} \frac{2}{a_{k+2}\sqrt{a_k} + a_k\sqrt{a_{k+2}}} = p + q\sqrt{2} + r\sqrt{15}$$

를 만족시키는 유리수 p, q, r 의 값을 구하시오.

유형 11

로그를 포함한 수열의 합

일반항이 로그를 포함한 식일 때는 로그의 성질을 이용한다.

$\Rightarrow a > 0, a \neq 1, x > 0, y > 0$ 일 때

(1) $\log_a x + \log_a y = \log_a xy$

(2) $\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$

(3) $\log_a x^k = k \log_a x$ (단, k 는 실수)

1077 **대표문제**

수열 $\{a_n\}$ 이 첫째항과 공비가 모두 3인 등비수열일 때,

$$\sum_{n=1}^{20} \log_9 a_n$$
의 값을 구하시오.

1078 **㉠**

$$\sum_{k=1}^{39} \log_3 \{ \log_{2k+1} (2k+3) \}$$
의 값은?

- ① $\log_3 2$ ② $\log_3 4$ ③ $\log_3 6$
- ④ $\log_3 8$ ⑤ $\log_3 10$

1079 **삼중**

수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = \log \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

를 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{20} a_{2k} = p$ 일 때, 10^p 의 값을 구하시오.



1094

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 2^n + n^2$ 일 때, $\sum_{k=5}^8 a_k$ 의 값은?

- ① 280 ② 284 ③ 288
④ 292 ⑤ 296

1095

$\sum_{k=1}^{100} (k^2 + k) - \sum_{k=3}^{100} (k^2 + k)$ 의 값을 구하시오.

1096

다음 중 $\sum_{k=1}^5 k + \sum_{k=2}^5 k + \sum_{k=3}^5 k + \sum_{k=4}^5 k + \sum_{k=5}^5 k$ 와 값이 같은 것은?

- ① $\left(\sum_{k=1}^5 k\right)^2$ ② $\sum_{k=1}^5 k^2$ ③ $\sum_{k=2}^{10} (k-1)$
④ $\sum_{k=1}^5 (k+1)$ ⑤ $\sum_{k=2}^5 (k^2 + k)$

1097

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ 은 0, 1, 2의 값 중 어느 하나를 갖는다.

$\sum_{k=1}^{10} x_k = 8, \sum_{k=1}^{10} x_k^2 = 12$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} |x_k - 1|$ 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

1098

$\sum_{k=1}^n (a_k + b_k)^2 = 30, \sum_{k=1}^n a_k b_k = 6$ 일 때, $\sum_{k=1}^n (a_k^2 + b_k^2)$ 의 값은?

- ① 18 ② 20 ③ 22
④ 24 ⑤ 26

1099

$\sum_{k=1}^{10} a_k = 35, \sum_{k=1}^{20} a_k = 55, \sum_{k=1}^{10} b_k = 25, \sum_{k=1}^{20} b_k = 40$ 일 때,

$\sum_{k=11}^{20} (2a_k + b_k)$ 의 값은?

- ① 40 ② 45 ③ 50
④ 55 ⑤ 60

1100

다음 중 $\sum_{k=1}^n (5k+1) + \sum_{j=0}^{n-1} (j+3) - \sum_{i=1}^n (2i+6)$ 의 값과 항상 같은 값을 갖는 것은?

- ① $\sum_{k=1}^n (4k-3)$ ② $\sum_{k=1}^n (4k-1)$ ③ $\sum_{k=1}^n (k+4)$
④ $\sum_{k=1}^{2n} (4k-1)$ ⑤ $\sum_{k=1}^{2n} (4k+1)$

1101

수열 1, 1+10, 1+10+10², 1+10+10²+10³, ...의 첫째 항부터 제 n 항까지의 합은?

- ① $\frac{10^{n+1} - 9n}{81}$ ② $\frac{10^{n+1} - 9n - 10}{81}$
③ $\frac{10^n - n}{9}$ ④ $\frac{10^n - 1}{81}$
⑤ $\frac{10^{n+1} - 10}{9}$

1102

$\sum_{k=1}^5 (ak+1) = 65$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

1103

함수 $f(n)$ 을 $f(n) = \begin{cases} n & (n \text{이 짝수}) \\ 1 & (n \text{이 홀수}) \end{cases}$ 로 정의할 때, $\sum_{k=1}^{20} f(k^2)$ 의 값을 구하시오.

1104

좌표평면 위의 곡선 $y = x^2 + x$ 와 직선 $y = nx + 2$ 가 두 점 A, B에서 만난다. 두 직선 OA, OB의 기울기를 각각 a_n, b_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} (a_n + b_n)$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)

1105

등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_2 = 8, a_6 = 0$ 이고 $S_n = \sum_{k=1}^n |a_k|$ 라 할 때, S_n 의 값이 처음으로 120 이상이 되는 자연수 n 의 값을 구하시오.

1106

수열 1, 2+4, 3+6+9, 4+8+12+16, ...의 첫째항부터 제8항까지의 합을 구하시오.

1107

$\sum_{n=1}^5 \left(\sum_{k=1}^n 2^{k+n-1} \right)$ 의 값을 구하시오.

1108 

$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{1}{28 \cdot 31}$ 의 값은?

- ① $\frac{10}{31}$
- ② $\frac{12}{31}$
- ③ $\frac{15}{31}$
- ④ $\frac{18}{31}$
- ⑤ $\frac{22}{31}$

1109

부등식 $1 - \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} \leq \frac{1}{100}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오.